

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Консервативные методы решения
дифференциальных уравнений

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

**Общий профиль: прикладная математика и
информатика**

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Карачаевск, 2024

1. Компетенции по дисциплине «Консервативные методы решения дифференциальных уравнений»

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-1	Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК.Б-1.1. Собирает и обрабатывает статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей и расчетов ПК.Б-1.2. Использует методы прикладной математики и информатики для решения научно-исследовательских и прикладных задач ПК.Б-1.3. Имеет профильные знания и практические навыки для координирования научных исследований по выбранному направлению
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК.Б-2.1. Имеет целостное представление об основных понятиях дисциплины, ее методах и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата. ПК.Б-2.2. Владеет инструментарием функционально-логической концепции математики для идеализации системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений. ПК.Б-2.3. Применяет и совершенствует современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики

2.Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Консервативные методы решения дифференциальных уравнений»

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1.		Какое из следующих утверждений верно для консервативных методов решения дифференциальных уравнений? A) Консервативные методы всегда приводят к точным решениям. B) Консервативные методы используют численные подходы для решения уравнений. C) Консервативные методы применяются только к линейным дифференциальным уравнениям. D) Консервативные методы основываются на сохранении определенных физических величин.	ПК-1, ПК-2
2.		Какой из следующих методов является консервативным методом решения дифференциальных уравнений? A) Метод Эйлера B) Метод Рунге-Кутты C) Метод Лапласа D) Метод Гаусса	ПК-1, ПК-2

3.		Какой из следующих методов основан на принципе сохранения энергии для решения дифференциальных уравнений? А) Метод Эйлера В) Метод Рунге-Кутты С) Метод стрельбы D) Метод Гаусса	ПК-1, ПК-2
4.		Какой из методов является итеративным и используется для нахождения приближенных решений нелинейных дифференциальных уравнений? А) Метод Эйлера В) Метод Рунге-Кутты С) Метод последовательных приближений D) Метод Адамса	ПК-1, ПК-2
5.		Какой из следующих методов не является консервативным методом решения дифференциальных уравнений? А) Метод Гаусса В) Метод Рунге-Кутты С) Метод Эйлера D) Метод стрельбы	ПК-1, ПК-2
6.		Какой из следующих методов лучше всего подходит для решения жестких дифференциальных уравнений? А) Метод Эйлера В) Метод Рунге-Кутты С) Метод Адамса-Башфорта D) Метод последовательных приближений	ПК-1, ПК-2
Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
7.		Какие из следующих методов являются приближенными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений? (Выберите все правильные ответы) А) Метод Эйлера В) Метод Рунге-Кутты С) Метод Гаусса D) Метод Адамса	ПК-1, ПК-2

8.		Какие из следующих утверждений верны для метода Рунге-Кутты? (Выберите все правильные ответы) А) Это метод с фиксированным шагом. В) Он может быть использован для решения жестких уравнений. С) Он обеспечивает более высокую точность по сравнению с методом Эйлера. D) Он является итеративным методом.	ПК-1, ПК-2
9.		Каковы основные преимущества метода последовательных приближений? (Выберите все правильные ответы) А) Простота реализации. В) Высокая точность для линейных уравнений. С) Возможность применения к нелинейным уравнениям. D) Быстрая сходимость для всех типов уравнений.	ПК-1, ПК-2
10.		Какие из следующих методов могут быть использованы для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений? (Выберите все правильные ответы) А) Метод Эйлера В) Метод Рунге-Кутты С) Метод Гаусса D) Метод Адамса	ПК-1, ПК-2
11.		Какие из следующих методов относятся к численным методам решения уравнений с частными производными? (Выберите все правильные ответы) А) Метод конечных разностей В) Метод конечных элементов С) Метод Рунге-Кутты D) Метод спектров	ПК-1, ПК-2

12.		Какие из следующих утверждений верны для метода конечных разностей? (Выберите все правильные ответы) А) Он используется для аппроксимации производных. В) Он может быть применен только к линейным уравнениям. С) Он позволяет решать как стационарные, так и нестационарные задачи. Д) Он требует дискретизации области решения.	ПК-1, ПК-2
Задания закрытого типа. Задачи на соответствие			
13.		Методы: 1. Метод конечных разностей 2. Метод стрельбы 3. Метод Рунге-Кутты 4. Метод последовательных приближений Описание: А. Применяет разбиение области на конечное число узлов и аппроксимирует производные с помощью разностных соотношений. В. Начинает с предположительных значений для граничных условий и решает обыкновенное дифференциальное уравнение, корректируя предположения до достижения нужной точности. С. Использует итерационный процесс для улучшения приближения решения, основанный на предыдущих значениях. Д. Применяется для численного решения дифференциальных уравнений, позволяя получить высокую точность.	ПК-1, ПК-2

14.		Методы: 1. Метод стрельбы 2. Метод конечных разностей 3. Метод Рунге-Кутты четвёртого порядка 4. Метод итераций Характеристики: А. Позволяет решать краевые задачи, превращая их в задачи начального значения. В. Применяет разностные схемы для аппроксимации производных и граничных условий. С. Обеспечивает высокую точность, но требует больше вычислительных ресурсов. Д. Использует последовательные приближения для нахождения решения.	ПК-1, ПК-2
15.		Методы: 1. Метод конечных разностей 2. Метод стрельбы 3. Метод Рунге-Кутты 4. Метод простых итераций Применение: А. Широко используется для решения краевых задач, где необходимо учитывать поведение решения на границах области. В. Подходит для задач с известной формой уравнения, но неизвестными граничными условиями. С. Эффективен для линейных и нелинейных задач, где требуется высокая точность. Д. Используется для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений с фиксированными условиями.	ПК-1, ПК-2

16.		Методы приближенного решения Методы 1. Метод Эйлера 2. Метод Рунге-Кутты 3. Метод стрельбы 4. Метод конечных разностей примеры применения A. Решение уравнения $y'=u$ с начальным условием $y(0)=1$. B. Решение уравнения $y''+y=0$ с начальными условиями. C. Решение краевой задачи для уравнения $y''=-\lambda y$. D. Моделирование динамики системы с заданными краевыми условиями.	ПК-1, ПК-2
17.		Методы приближенного решения Методы 1. Метод Эйлера 2. Метод Рунге-Кутты 3. Метод стрельбы 4. Метод конечных разностей Описание A. Применяет разностные схемы для аппроксимации производных B. Использует полиномы для интерполяции и решения уравнений. C. Преобразует краевую задачу в начальную, используя предположения о начальных условиях. D. Четырехступенчатый метод, обеспечивающий высокую точность.	ПК-1, ПК-2

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности			
18.		Установите правильную последовательность шагов для применения метода конечных разностей к уравнению в частных производных: 1. Дискретизация области решения. 2. Формулирование граничных и начальных условий. 3. Аппроксимация производных с помощью конечных разностей. 4. Решение полученной системы линейных уравнений.	ПК-1, ПК-2
19.		Установите правильную последовательность этапов для применения метода Рунге-Кутты четвёртого порядка: 1. Выбор начального условия и шага интегрирования. 2. Вычисление промежуточных значений (k_1, k_2, k_3, k_4). 3. Обновление значения функции с использованием вычисленных k. 4. Повторение шагов для получения следующих значений.	ПК-1, ПК-2
20.		Установите правильную последовательность шагов для решения уравнения в частных производных с помощью метода спектров: 1. Преобразование уравнения в спектральную форму. 2. Применение спектрального разложения для решения. 3. Дискретизация области и выбор базисных функций. 4. Решение полученной системы уравнений.	ПК-1, ПК-2

21.		Установите правильную последовательность этапов для анализа сходимости численного метода решения уравнений с частными производными: 1. Оценка ошибки аппроксимации. 2. Проведение численных экспериментов. 3. Определение порядка сходимости метода. 4. Сравнение численных и аналитических решений.	ПК-1, ПК-2
22.		Установите правильную последовательность шагов для применения метода Эйлера к обыкновенному дифференциальному уравнению: 1. Выбор начального значения и шага интегрирования. 2. Вычисление следующего значения функции по формуле метода Эйлера. 3. Определение функции и её производной. 4. Повторение шагов для получения последовательных значений.	ПК-1, ПК-2
Задания открытого типа на дополнение			
23.		Если последовательные значения функции, являющейся решением задачи Коши для дифференциального уравнения $y' = 9y$ с начальными условиями $y(x_0) = y_0$, $x = x_0$, находятся по методу Эйлера с шагом 0,1, то y_1 равно	ПК-1, ПК-2

24.		Опишите, в чем заключается преимущество метода Рунге-Кутты четвертого порядка по сравнению с методом Эйлера. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка использует ? для вычисления следующего значения функции, что значительно повышает точность по сравнению с методом Эйлера, который использует только одно значение. Промежуточные значения вычисляются по формуле: • $k_1 = hf(t_n, y_n)$ • $k_2 = hf(t_n + h/2, y_n + k_1/2)$ • $k_3 = hf(t_n + h/2, y_n + k_2/2)$ • $k_4 = hf(t_n + h, y_n + k_3)$ • ?	ПК-1, ПК-2
25.		Опишите, как работает метод стрельбы. Метод стрельбы используется для решения краевых задач. Он работает следующим образом: 1. Начинаем с предположительных значений для граничных условий. 2. Используем метод Эйлера или Рунге-Кутты для решения обыкновенного дифференциального уравнения с заданными начальными условиями. 3. Сравниваем полученное значение на противоположной границе с требуемым. Если оно не совпадает, корректируем предположительное значение и повторяем процесс до достижения нужной точности.	ПК-1, ПК-2

26.		Дополните следующее утверждение: Метод последовательных приближений является итеративным методом, который позволяет находить решение обыкновенного дифференциального уравнения, начиная с ? . На каждой итерации вычисляется новое приближение, которое ? .	ПК-1, ПК-2
27.		Сравните метод конечных разностей и метод Рунге-Кутты по следующим критериям: 1. : Метод конечных разностей может быть более сложным в реализации, так как требует дискретизации области и выбора схемы (явной или неявной). Метод Рунге-Кутты проще в реализации для задач начального значения. 2. : Метод Рунге-Кутты, особенно четвёртого порядка, обычно более точен, чем метод конечных разностей, поскольку использует больше данных для вычисления следующего значения. 3. : Метод конечных разностей хорошо подходит для задач с краевыми условиями и может быть использован для решения частных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты лучше всего подходит для задач с начальными условиями.	ПК-1, ПК-2

Задания открытого типа с развернутым ответом			
28.		Интерполяционная формула Адамса это...	ПК-1, ПК-2
29.		Опишите, как применяется метод Рунге-Кутты четвёртого порядка для решения уравнения $y' = y - t^2 + 1$ с начальным условием $y(0) = 0,5$ на интервале $t \in [0, 2]$ с шагом $h = 0.2$.	ПК-1, ПК-2
30.		Объясните, как метод стрельбы может быть использован для решения краевой задачи и приведите пример.	ПК-1, ПК-2
31.		Опишите, как метод последовательных приближений может быть применен к уравнению $y' = y + t$ с начальным условием $y(0) = 1$.	ПК-1, ПК-2
32.		Опишите метод конечных разностей для решения краевых задач. Как он применяется к уравнению $y''(x) = -\lambda y(x)$ с краевыми условиями $y(0) = 0$ и $y(1) = 0$?	ПК-1, ПК-2